

**Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών Τμήμα
Μαθηματικών**



Μάθημα: 898. Η Διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος -
Μαθηματικοποίηση

Διδάσκουσα: Χ. Τριανταφύλλου

Θέμα: Σχεδιασμός προβλήματος που να αφορά κοινωνικο-επιστημονικής
φύσης περιβαλλοντικά θέματα

Συγγραφείς:

Κολαΐτη Μιχαέλα, AM: 1112201900087

Μουτσοπούλου Χρυσούλα, AM: 1112201700294

ΑΘΗΝΑ, 2023-2024

Α) ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Τίτλος Προβλήματος: “Τα Μαθηματικά στην Ανακύκλωση και στην Κομποστοποίηση”

Διατύπωση:

Σε ένα μικρό χωριό, εάν κάθε κάτοικος έκανε ανακύκλωση και κομποστοποίηση, τα σκουπίδια του χωριού θα ήταν μόλις 35 κιλά ανά εβδομάδα. Όμως, δεν κάνει ούτε ένας ανακύκλωση και τα σκουπίδια καταλήγουν να είναι 5.264 κιλά για κάθε 56 ημέρες.

1. Πόσα περισσότερα είναι τα κιλά των σκουπιδιών που πετάει το χωριό ανά ημέρα, συγκριτικά με το εάν έκαναν ανακύκλωση όλοι οι κάτοικοι του χωριού; Θεώρησε ότι ο ρυθμός απόρριψης των σκουπιδιών είναι σταθερός.
2. Μπορείτε να δουλέψετε το ίδιο πρόβλημα για τη διάρκεια
 - a. Ενός μήνα;
 - b. Ενός έτους;
 - c. Μιας δεκαετίας;

Διεύρυνση:

1. Αν αυτό γίνεται σε ένα μικρό χωριό, ποιο φαντάζεστε ότι θα είναι το ανάλογο “αποτύπωμα” σε μια αστική πόλη;
2. Τι θα μπορούσε να αποτελέσει κίνητρο για τους κατοίκους να ξεκινήσουν να ανακυκλώνουν και να κομποστοποιούν τα σκουπίδια τους;



Ενδεικτική Επίλυση του προβλήματος:

1.

- Για τα σκουπίδια ΜΕ ανακύκλωση:
Σε 7 ημέρες τα σκουπίδια είναι 35kg.
Σε 1 ημέρα τα σκουπίδια θα είναι $35:7=5\text{kg}$.
- Για τα σκουπίδια ΧΩΡΙΣ ανακύκλωση:
Σε 56 ημέρες τα σκουπίδια είναι 5.264kg.
Σε 1 ημέρα τα σκουπίδια θα είναι $5.264:56=94\text{kg}$.
- Άρα, χωρίς ανακύκλωση τα σκουπίδια είναι $94-5=89\text{kg}$ περισσότερα ανά ημέρα.

2. a. Για την διάρκεια ενός μήνα, θα έχουμε $89*30=2.670\text{kg}$ περισσότερα σκουπίδια.
b. Για την διάρκεια ενός έτους, θα έχουμε $2.670*12=32.040\text{kg}$ περισσότερα σκουπίδια.
c. Για την διάρκεια μιας δεκαετίας, θα έχουμε $32.040*10=320.400\text{kg}$ περισσότερα σκουπίδια.

Οι παραπάνω λύσεις θα μπορούσαν να γίνουν και γραφικά:

1. ΜΕ ανακύκλωση και κομποστοποίηση

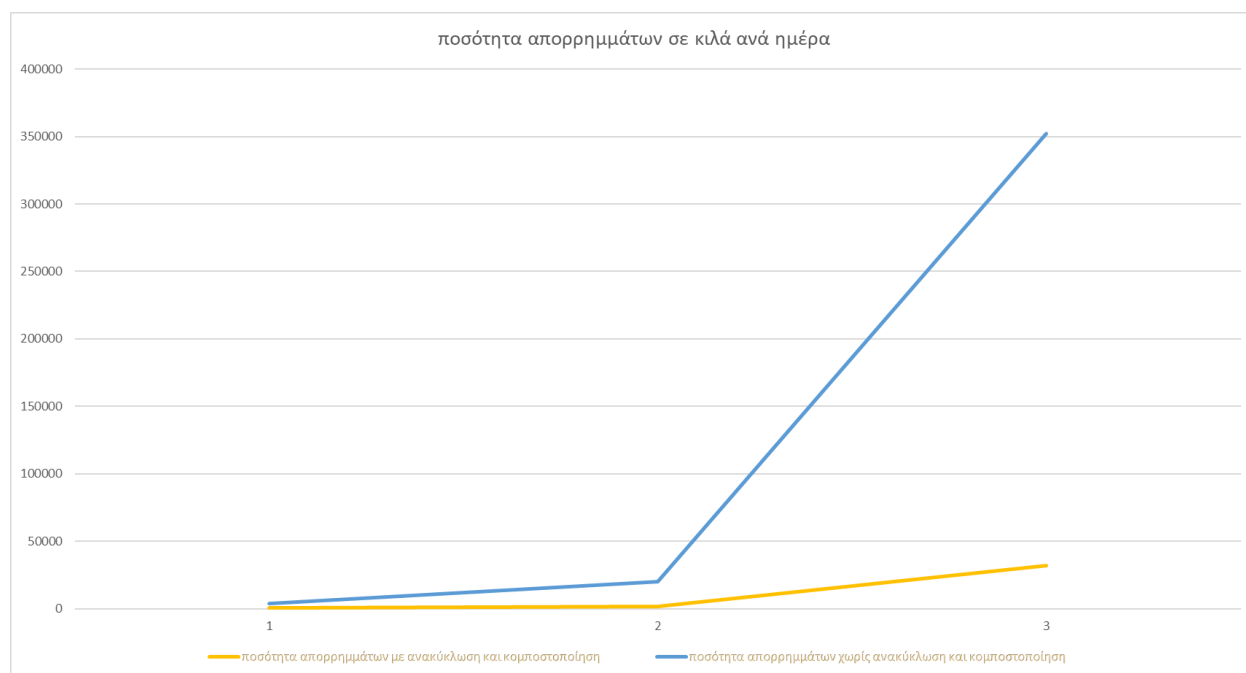
Ημέρες	Σκουπίδια (σε kg)
7	35
1 (7:7)	5 (35:7)

ΧΩΡΙΣ ανακύκλωση και κομποστοποίηση

Ημέρες	Σκουπίδια (σε kg)
56	5.264
1 (56:56)	94 (5.264:56)

2. Το ίδιο πρόβλημα σε βάθος χρόνου

	Περισσότερα σκουπίδια που πετώνται χωρίς την ανακύκλωση (σε kg)
Ενός μήνα	2.670 (89×30)
Ενός έτους	32.040 (2.670×12)
Μιας δεκαετίας	320.400 (32.040×10)



Το διάγραμμα μάς δείχνει την αισθητή αύξηση του όγκου των απορριμμάτων χωρίς τη διαδικασία της ανακύκλωσης και κομποστοποίησης σε σύγκριση με την αξιοποίησή της, όχι τόσο στις πρώτες μέρες, αλλά από τον πρώτο μήνα κι έπειτα.

Για τη **διεύρυνση** του προβλήματος, παροτρύνουμε τους μαθητές να αναπτύξουν διάλογο μεταξύ τους, φυσικά με την κατάλληλη καθοδήγησή μας, από την πλευρά του διδάσκοντα, με σκοπό να αντιληφθούν οι μαθητές την σπουδαιότητα της ανακύκλωσης και της κομποστοποίησης και για μεγάλες πόλεις, αλλά και να μπουν σε μια διαδικασία να σκεφτούν τρόπους με τους οποίους μπορεί ένας πολίτης να ευαισθητοποιηθεί για αυτό το ζήτημα. Κατά αυτόν τον τρόπο, τα Μαθηματικά θα έχουν αναδείξει ένα σπουδαίο πρόβλημα του σήμερα και οι μαθητές θα έρθουν σε επαφή μαζί του.

Πιο αναλυτικά, ιδέες που θα μπορούσαν να ακουστούν είναι οι εξής:

1. Σε μια αστική πόλη, όπως παράδειγμα η Αθήνα, προφανώς λόγω του ότι οι κάτοικοι είναι εκατομμύρια, το πρόβλημα θα είναι πολύ μεγαλύτερο. Πόσω μάλλον, αν σκεφτούμε ότι η Αθήνα είναι μικρή πόλη, συγκριτικά με άλλες πόλεις ή χώρες του κόσμου, όπως το Παρίσι (Γαλλία), η Νέα Υόρκη (ΗΠΑ), το Τόκιο (Κίνα) κ.ο.κ. Ίσως σε τέτοιες μεγαλουπόλεις μπορεί να αναδειχθεί καλύτερα και η ανάγκη για ανακύκλωση.
2. Πιθανά κίνητρα για την ευαισθητοποίηση πάνω στο θέμα της ανακύκλωσης θα μπορούσαν να είναι:
 - a. Η σωστή ενημέρωση των πολιτών του κόσμου από ειδικούς και επιστήμονες
 - b. Καμπάνιες στην τηλεόραση και στα social media
 - c. Διοργάνωση ημερίδων σχετικά με την ανακύκλωση και την προστασία του περιβάλλοντος
 - d. Διεξαγωγή εκδηλώσεων με πράσινο αποτύπωμα (π.χ. συναυλίες, θεατρικά δρώμενα, αθλητικές εκδηλώσεις σε πόλεις και χωριά) κ.ο.κ.

Β) ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το παραπάνω αποτελεί πρόβλημα σύμφωνα με τον ορισμό του Polya. Με μια πρώτη ματιά, κάποιος δεν μπορεί να γνωρίζει τη λύση του, μπορεί όμως να φανταστεί από πού θα ξεκινήσει. Ενδεχομένως και να μπορούμε να εικάσουμε ποιο μπορεί να είναι ένα πιθανό αποτέλεσμα. Αυτό θα είναι και το πρώτο βήμα.

Για το συγκεκριμένο, ξεκινήσαμε από το μαθηματικό πρόβλημα και επιλέξαμε το συγκεκριμένο θέμα της ανακύκλωσης και της κομποστοποίησης, καθώς αποτελεί ένα μείζον θέμα της σημερινής εποχής.

Η δυσκολία που συναντήσαμε κατά τον σχεδιασμό του προβλήματος ήταν να μπορέσουμε να διαμορφώσουμε το πρόβλημα έτσι, ώστε να διατηρεί τον μαθηματικό του χαρακτήρα, αλλά παράλληλα να μπορεί να κάνει τους μαθητές να αναλογιστούν το αντίκτυπο του προβλήματος στην καθημερινή μας ζωή, επιλέγοντας κατάλληλες ερωτήσεις ανοιχτού τύπου.

Γ) ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ-ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΥ ΖΗΤΗΜΑΤΟΣ

Το κοινωνικό-επιστημονικό πρόβλημα περιβαλλοντικής φύσεως που πραγματεύεται η παραπάνω δραστηριότητα αφορά την ανακύκλωση και την κομποστοποίηση των απορριμμάτων. Σκοπός του είναι να αναδείξει την διαφορά που κάνει στο περιβάλλον η αξιοποίηση της ανακύκλωσης στην διαχείριση των σκουπιδιών.

Παρακάτω γίνεται μία σύντομη αναφορά στις έννοιες της ανακύκλωσης και της κομποστοποίησης, στοιχεία που θα μπορούσαν να αποτελέσουν και αφορμή για συζήτηση στην τάξη, κατά τη διάρκεια της επίλυσης του μαθηματικού προβλήματος.

Ποιους αφορά;

Το πρόβλημα σε πρώτη φάση αναφέρεται απλώς στους κατοίκους ενός μικρού χωριού, ενώ στη συνέχεια, στη διεύρυνση, οι μαθητές καλούνται να αναλογιστούν τις αντίστοιχες “συνέπειες” σε μια αστική πόλη. Ωστόσο, αντιλαμβανόμαστε ότι το πρόβλημα της διαχείρισης των απορριμμάτων μέσω της ανακύκλωσης και της κομποστοποίησης μας αφορά όχι μόνο σε τοπικό επίπεδο, αλλά σε παγκόσμιο, ιδιαίτερα αν αναλογιστούμε το γεγονός ότι ο ανθρώπινος πληθυσμός (και συνεπώς και τα σκουπίδια που παράγει) διαρκώς αυξάνονται.

Ποια η σπουδαιότητά του;

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, η ανακύκλωση και η κομποστοποίηση των αποβλήτων είναι ένα κοινωνικό πρόβλημα που μας αφορά όλους, συνεπώς αυτό από μόνο του αναδεικνύει και την σπουδαιότητά του. Για αυτόν τον λόγο θα ήταν ωφέλιμο να παρουσιάσουμε επιγραμματικά την ερμηνεία τους.

Ανακύκλωση:

Πρώτα από όλα, *ανακύκλωση* είναι η διαδικασία κατά την οποία επαναχρησιμοποιούνται διάφορα υλικά ή οτιδήποτε αποτελεί γρήγορο αποτέλεσμα της ανθρώπινης δραστηριότητας και το οποίο στην μορφή που είναι δεν αποτελεί πλέον αγαθό για τον άνθρωπο. Στη διαδικασία αυτή συνήθως τα απορρίμματα μετατρέπονται σε πρώτες ύλες από τις οποίες παράγονται νέα προϊόντα.

Ανακυκλώσιμα υλικά:

Ανακυκλώσιμα υλικά αποτελούν, μεταξύ άλλων, τα ακόλουθα:

- Χαρτί
- Αλουμίνιο
- Γυαλί
- Πλαστικά (PET, HDPE, PVC, LDPE, PP, PS και άλλα πλαστικά χωρίς κωδικό)
- Μπαταρίες (όλων των ειδών)

- Μέταλλα
- Ηλεκτρικές και ηλεκτρονικές συσκευές
- Ρούχα και υποδήματα κ.λπ.

Η σπουδαιότητα της Ανακύκλωσης:

- Μειώνει την κατανάλωση πρώτων υλών και την χρήση ενέργειας και, κατά συνέπεια, τις εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου.
- Μειώνεται ο όγκος των απορριμμάτων που καταλήγουν σε χώρους υγειονομικής ταφής απορριμμάτων (ΧΥΤΑ), τις λεγόμενες χωματερές.
- Μειώνεται η ρύπανση της ατμόσφαιρας, του εδάφους και των υπόγειων υδάτων
- Εξοικονομείται ενέργεια
- Δημιουργούνται νέες θέσεις εργασίας σε τομείς θετικών ενεργειών για την διάσωση του πλανήτη.

Τέλος, είναι σημαντικό να αναφέρουμε το γεγονός ότι το 2010 η Ελλάδα βρισκόταν στην τελευταία θέση στην Ευρωπαϊκή Ένωση ως προς την ανακύκλωση, όμως αυτό τα τελευταία χρόνια φαίνεται να αλλάζει.

Κομποστοποίηση:

Στα πλαίσια της ανακύκλωσης των αποβλήτων, θα ήταν παράλειψη να μην γίνει και μια σύντομη αναφορά στην έννοια της κομποστοποίησης.

Η κομποστοποίηση είναι μια φυσική διαδικασία, η οποία μετατρέπει τα οργανικά υλικά σε μια πλούσια σκούρα ουσία, που ονομάζεται κομπόστ.

Τα βακτήρια, οι μύκητες και άλλα μικρόβια είναι οι 'εργάτες' της κομποστοποίησης. Αυτοί, υποβοηθούνται κι από πολλούς άλλους μεγαλύτερους οργανισμούς. Κατά τη διάρκεια της κομποστοποίησης, αυτά τα μικρόβια παράγουν διοξείδιο του άνθρακα, θερμότητα και νερό καθώς αποικοδομούν τα οργανικά υλικά του σωρού. Το τελικό αποτέλεσμα είναι το κομπόστ, το οποίο και αποτελεί ιδανικό λίπασμα για έναν κήπο.

Πώς μπορούν τα νοικοκυριά να κάνουν οικιακή κομποστοποίηση:

Τα μόνα υλικά που απαιτούνται για την παραγωγή οικιακού κομπόστ συνοψίζονται στα παρακάτω:

- Ειδικός κάδος κομποστοποίησης (με λίγους ή και καθόλου γαιοσκώληκες)
- Λίγο χώμα κήπου ή και καθόλου
- Εργαλεία (ειδικό εργαλείο για ανακάτεμα και αερισμό, σκαλιστήρι, ποτιστήρι)
- Μικρό καδάκι κουζίνας για τη συλλογή των υλικών στην κουζίνα

Δ) ΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Τάξη: Το πρόβλημα απευθύνεται σε μαθητές της Α' Γυμνασίου

Θεματικό Πεδίο: Άλγεβρα (Πράξεις με φυσικούς αριθμούς - Ανάλογα ποσά)

Χρόνος Υλοποίησης: 1 διδακτική ώρα

Χώρος Υλοποίησης: Σχολική αίθουσα

Προαπαιτούμενες γνώσεις: Φυσικοί αριθμοί, πράξεις με φυσικούς αριθμούς, ανάλογα ποσά

Διδακτικοί Στόχοι:

Οι διδακτικοί στόχοι του προβλήματος είναι:

- Η εξοικείωση των μαθητών με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (πράξεις με φυσικούς αριθμούς και ανάλογα ποσά)
- Η κατανόηση του προβλήματος, η οργάνωση ενός σχεδίου λύσης, η υλοποίηση του σχεδίου και ο έλεγχος
- Η ανάπτυξη επιχειρηματολογίας και κριτικής σκέψης, βασιζόμενη σε μαθηματικά δεδομένα
- Η αντίληψη της σύνδεσης προβλημάτων της καθημερινότητας με τα μαθηματικά, αλλά και η ερμηνεία και η αντιμετώπισή τους μέσω αυτών
- Η ενημέρωση και η ευαισθητοποίηση των μαθητών για το περιβαλλοντικής φύσεως κοινωνικο-επιστημονικό ζήτημα της μείωσης των αποβλήτων και της ανακύκλωσης και της κομποστοποίησης των υλικών που μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν
- Η ανάπτυξη της ικανότητας λήψης αποφάσεων (Οι μαθητές καλούνται να προτείνουν λύσεις για το πρόβλημα και την ευαισθητοποίηση των ανθρώπων πάνω στην ιδέα της ανακύκλωσης)

E) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - LINKS

1. <https://www.siderisbooks.gr/wp-content/uploads/2021/07/BookSample-Maipas-mathimatika.pdf>
2. <https://ikee.lib.auth.gr/record/299627/files/GRI-2018-22482.pdf>
3. <https://water-waste.gr/site/%CE%B5%CE%B9%CE%B4%CE%AE%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82/%CE%B7-%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%BA%CF%8D%CE%BA%CE%BB%CF%89%CF%83%CE%B7-%CF%83%CF%84%CE%BF-%CE%B5%CF%80%CE%AF%CE%BA%CE%B5%CE%BD%CF%84%CF%81%CE%BF-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%87%CE%B5%CE%AF-2/>
4. https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%94%CE%B9%CE%B1%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%AE_%CE%B1%CF%80%CE%BF%CF%81%CF%81%CE%B9%CE%BC%CE%BC%CE%AC%CF%84%CF%89%CE%BD
5. http://www.ecorec.gr/ecorec/index.php?option=com_content&view=category&id=64&Itemid=537&lang=en
6. <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%BD%CE%B1%CE%BA%CF%8D%CE%BA%CE%BB%CF%89%CF%83%CE%B7>
7. <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9A%CE%BF%CE%BC%CF%80%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%AF%CE%B7%CF%83%CE%B7>